

## 数学 A

# グループワークによる線分の作図

### ● 基本情報

実施科目	数学 A
実施内容	線分の作図
実施規模	本校生徒 40 名 + 海外校の生徒 10 名
実施学年	1 年生
実施形態	グループワーク（本校生徒 8 名 + 海外校の生徒 2 名 を 5 班）
難易度	中学生で学ぶ数学の知識があれば実施可
事前学習	特になし
授業者の英語レベル	日常で英語を話すことはほとんどない
教員の使用言語	解説・指示：日本語      板書：英語      プリント：日本語・英語

### ● 設計の方針

#### ねらい

数学は世界の共通言語なので、数式や図形だけで交流できる点で他の科目にはないアドバンテージがあると考えました。一方で、本校の生徒にとって数学の未習分野を英語で学ぶのは考査やその後の授業展開などへの影響を考えると難しいでしょう（日本語で授業をしても理解できないかもしれません）。

最終的に、作図やパズル等、生徒が容易に解けて楽しく理解できる範囲を取り上げることにしました。

#### 教材設計上の工夫

教員が英語に堪能でないのであれば、プリントを英語にする必要があります。英語のプリント作成なら英語の先生に相談すると、色々助けてくれました。一方で、数学的な性格が強い内容は英語科の先生ではすぐにわからないことがあるので、海外の書籍や Web サイトを参考にしました。

これは生徒についても同じことが言えます。英語力のある生徒が多くても、数学の専門用語までを英訳し、問題に取り組める生徒となるとかなり希少になります。用語集は必ずつけておくべきだと思います。

### ● 授業者の雑感

海外校の生徒よりも本校の生徒の方が深く教材を理解できていたようで、本校の生徒が海外の生徒に対して教える場面が見られました。数学を英語で教えるという経験は滅多にできないもので、生徒たちは自信につなげることができていたのではないのでしょうか。

普通の学校生活では数学の授業を英語で、しかも海外の生徒と一緒に受講することはまずありません。しかし、このような体験を経ることによって、海外への研修旅行や短期留学などへのハードルを下げることができるのではないかなと思いました。

なお、教員の方も教材の作成を通じてすごく勉強になりました。

● 授業の展開

準備物

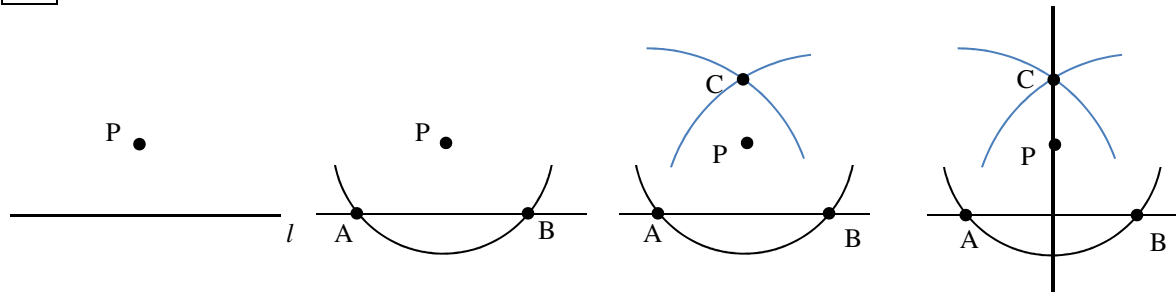
プリント (B4 両面 1 枚)

生徒の持ち物

コンパス, 定規

時間	授業者の行動	生徒の活動
0 分 3 分	班分け (本校生 8 + 海外生 2) の指示 アイスブレイクの指示 プリント (B4 両面) の配付 本校生には日本語版。海外生徒には英語版。 日本語でプリントおもて面の「復習」について解説し、生徒に課題実施の指示	班分けにしたがって机の移動 自己紹介等を行う (一人 10 秒程度) プリントを受け取る
10 分	▽平行な直線の作図に取り組むよう指示 ▽線分の内分点, 外分点の作図に取り組むよう指示 ▽いろいろな長さの線分の作図に取り組むよう指示 机間巡視しながらヒントを与える  (全体を止めての解説や答え合わせはしない。)	<div style="border: 1px solid green; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><b>Point! 生徒が海外の生徒へ説明</b></p> <p>教員の日本語の解説を聞いて、海外の生徒へ英語で説明する。ここで、用語集がとても役立つ。</p> </div> 各自でプリントに取り組む。
25 分	進行が速いグループがあるときは、プリント裏面の 練習 1 練習 2 に取り組ませる。  練習 1 練習 2 の解答を配付する。	教員の指示 (日本語) を聞いて作業を進めるとともに、海外校の生徒の手助けを行う。以降の作業も同様に行う。
50 分	終了	お互いに挨拶をして終了。

復習：次の図の点 P を通り、直線  $l$  に垂直な直線を作図せよ。

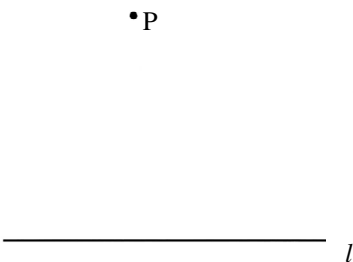


- ① 点 P を中心に、適当な半径の弧を描き、直線  $l$  との交点 A, B を求める。
- ② 点 A, B を中心に、等しい半径の弧を描き、交点 C を求める。
- ③ 点 C と点 P を直線で結ぶと、点 P を通る垂直な直線になる。

▽平行な直線の作図

次の図で、点 P を通り直線  $l$  と平行な直線を作図せよ。

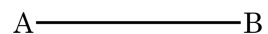
- ① まず点 P を通り  $l$  に垂直な直線  $m$  を作図する
- ② 点 P を中心とする円をかき、直線  $m$  との交点をそれぞれ A, B とする
- ③ 2 点 A, B をそれぞれ中心として、等しい半径の円をかき、それらの交点を C とする
- ④ 直線 PC を引く。直線 PC が求める直線である



▽線分の内分点, 外分点の作図

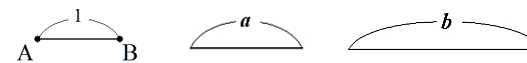
例 1) 線分 AB が与えられたとき、線分 AB を 3 : 2 に内分する点を作図せよ

- ① A を通り、直線 AB と異なる直線  $l$  を引く。
- ②  $l$  上に、 $AC : CD = 3 : 2$  となるように点 C, D をとる。(ただし C は線分 AD 上)
- ③ C を通り、BD に平行な直線を引き、線分 AB との交点を E とする。点 E が求める点である。



▽いろいろな長さの線分の作図 (教科書 P93)

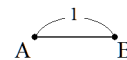
長さ 1 の線分 AB と、長さ  $a, b$  の線分が与えられたとき、次の長さの線分を作図せよ。



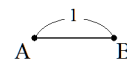
(1)  $a + b$

(2)  $b - a$

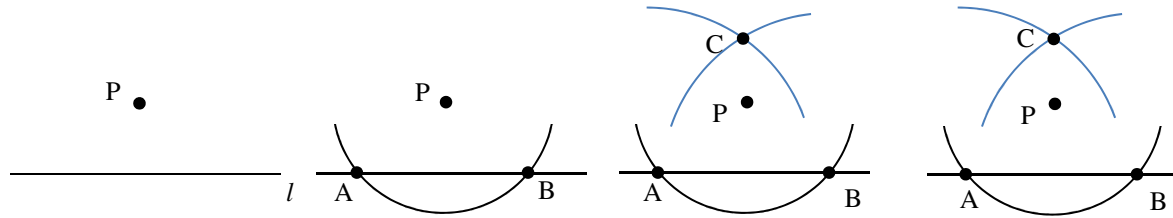
(3)  $\frac{b}{a}$



(4)  $a b$



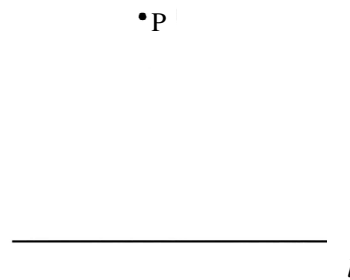
**review** : Constructing a perpendicular to a line through a point P.



- ① Draw an arc across the line on each side of P, making sure not to adjust the compasses' width in between. Label these points A and B.
- ② At this point, you can adjust the compasses' width. Recommended: leave it as is. From each point A,B, draw an arc below the line so that the arcs cross. Label this point C.
- ③ Place a straightedge between P and the point where the arcs intersect. Draw the perpendicular line from P to the line, or beyond if you wish.

▽Constructing a parallel through a point P.

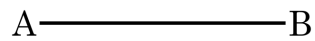
- ① Draw a perpendicular to a line  $l$  through a point P.
- ② Set the compasses on P and any convenient width. Scribe an arc on each side of P, creating the two points A and B.
- ③ From each point A,B, draw an arc below the line so they cross. Label this point C.
- ④ Draw a line from P through C.



▽Dividing a segment into several equal parts.

Example1) Given a line segment AB. You are required to divide it internally in the ratio 3:2.

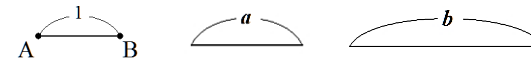
- ① Draw a line L making an acute angle with AB.
- ② Starting with A, mark off 5 points  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  at equal distances from the point A.
- ③ Join  $C_5$  and B
- ④ Through  $C_3$  (i.e. the third point), draw  $C_3D$  parallel to  $C_5B$  meeting AB in D.



**Practice**

Show that for given line segments of length  $a$ ,  $b$  and 1, it is possible to construct line segments of length

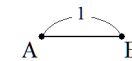
$a + b$ ,  $b - a$  if  $b > a$ ,  $\frac{b}{a}$  if  $a > 0$ , and  $a \cdot b$



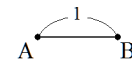
(1)  $a + b$

(2)  $b - a$

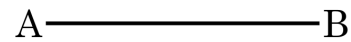
(3)  $\frac{b}{a}$



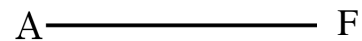
(4)  $a \cdot b$



練習1 線分 AB が与えられたとき、線分 AB を一辺とする正方形を作図せよ



練習2 線分 AF が与えられたとき、線分 AF を一辺とする正六形を作図せよ



用語集

triangle : 三角形

right triangle : 直角三角形

isosceles triangle : 二等辺三角形

equilateral triangle : 正三角形

angle : 角、角度                      acute : 鋭角

square : 正方形

rectangle : 長方形 ※縦と横は length,width もしくは long,wide で表す。length には長さという意味もあるので注意。

parallelogram : 平行四辺形

circle : 円                      radius : 半径

arc : 弧                      chord : 弦

ratio : 比                      point : 点

line : 線                      straight line : 直線

straight : 真っ直ぐな、直線の                      line segment : 線分

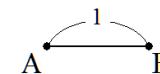
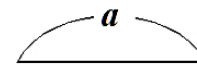
parallel line : 平行線                      parallel : 平行な

vertical [perpendicular] line : 垂直線

vertical, perpendicular : 垂直な

例題6 長さ1の線分 AB と、長さ  $a$  の線分が与えられたとき、長さ  $\sqrt{a}$  の線分を作図せよ。

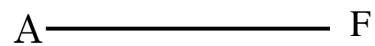
- ① 半直線 AB の B を越える延長上に、 $B=a$  となる点 C をとる。
- ② 線分 AC を直径とする円 O をかく。
- ③ B を通り、直線 AB に垂直な直線を引き、円 O との交点を D, E とする。線分 BD が求める線分である。



Practice1 Draw a square where the side is a given length AB.



Practice2 Draw a hexagon where the side is a given length AF.



Words

triangle : 三角形 sankakkei

right triangle : 直角三角形 chokkakusankakkei

isosceles triangle : 二等辺三角形 nitouhensankakkei

equilateral triangle : 正三角形 seisankakkei

angle : 角、角度 kakudo

acute : 鋭角 eikaku

square : 正方形 seihoukei

rectangle : 長方形 chohoukei

parallelogram : 平行四辺形 heikoushihenkei

circle : 円 en                      radius : 半径 hankei

arc : 弧 ko                      chord : 弦 gen

ratio : 比 hi                      point : 点 ten

line : 線 sen                      straight line : 直線 chokusen

straight : 真っ直ぐな、直線の massuguna

line segment : 線分 senbun

parallel line : 平行線 heikousen

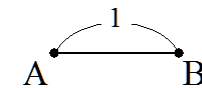
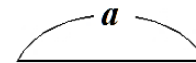
parallel : 平行な heikouna

vertical [perpendicular] line : 垂直線 suichokusen

vertical, perpendicular : 垂直な suichokuna

Practice3

Show that for given line segments of length  $a$ , and 1, it is possible to construct line segments of length  $\sqrt{a}$



### Practice1

We start with a given line segment AB. This will become one side of the square.

1. Extend the line AB to the right.
2. Set the compasses on B and any convenient width. Scribe an arc on each side of B, creating the two points F and G.
3. With the compasses on G and any convenient width, draw an arc above the point B.
4. Without changing the compasses' width, place the compasses on F and draw an arc above B, crossing the previous arc, and creating point H.
5. Draw a line from B through H.

This line is perpendicular to AB, so the angle ABH is a right angle ( $90^\circ$ );

This will become the second side of the square.

We now create four sides of the square the same length as AB.

6. Set the compasses on A and set its width to AB. This width will be held unchanged as we create the square's other three sides.
7. Draw an arc above point A.
8. Without changing the width, move the compasses to point B. Draw an arc across BH creating point C - a vertex of the square.
9. Without changing the width, move the compasses to C. Draw an arc to the left of C across the existing arc, creating point D - a vertex of the square.
10. Draw the lines CD and AD.

Done. ABCD is a square where each side has a length AB.

### Practice2

We start with a line segment AF. This will become one side of the hexagon. Because we are constructing a regular hexagon, the other five sides will have this length also.

1. Set the compasses' point on A, and set its width to AF. The compasses must remain at this width for the remainder of the construction.
2. From points A and F, draw two arcs so that they intersect. Mark this as point O.

This is the center of the hexagon's circumcircle.

3. Move the compasses to O and draw a circle.

This is the hexagon's circumcircle - the circle that passes through all six vertices.

4. Move the compasses on to A and draw an arc across the circle. This is the next vertex of the hexagon.
5. Move the compasses to this arc and draw an arc across the circle to create the next vertex.
6. Continue in this way until you have all six vertices. (Four new ones plus the points A and F you started with.)
7. Draw a line between each successive pair of vertices.
8. Done. These lines form a regular hexagon where each side is equal in length to AF.