

桃谷高校 通信制の課程
昼間部 数学活用
レポートNo.1 後編

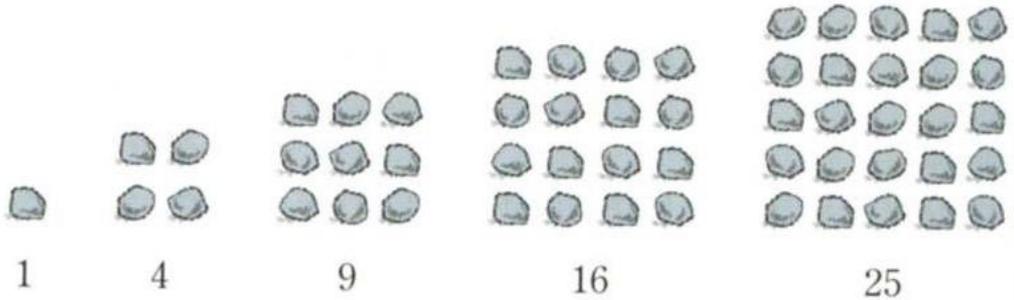
四角数
三角数

この回のポイント

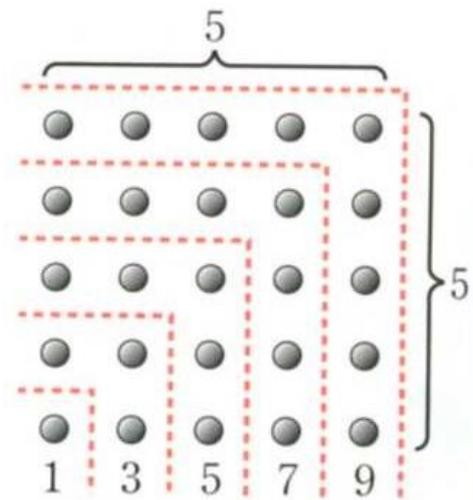
- 四角数の意味を理解し、計算してみよう
- 同様に三角数を考えてみよう
- 特別な数列を考えてみよう
- 倍数の見分け方を知ろう

四角数

紀元前6世紀ごろ、古代ギリシアのピタゴラス学派は小石を正形状に並べると、その数が1, 4, 9, 16, すなわち自然数(1, 2, 3, ...)の2乗となっていることに気付いた。このような数を四角数という。



1+3+5+7+9を考えてみる。四角数を応用して、右のように並べると、5×5で表せられることがわかる



奇数の和は特殊な方法で求める事も出来ます!!

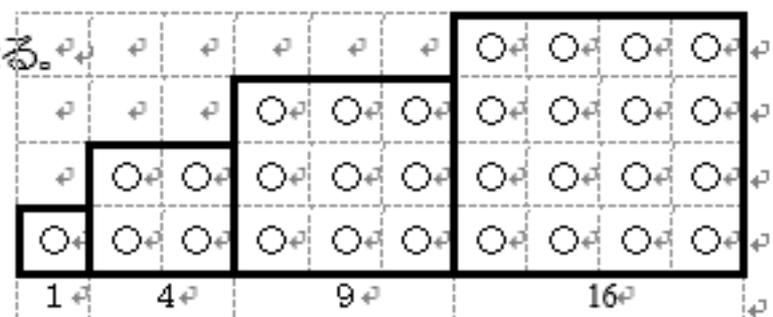


③ 四角数 (教P.80)

(1) 紀元前 世紀ごろ、古代 のピタゴラス学派は、小石をならべその形と小石の数を関係づけた。下図のように正形状に並べると、小石の数は1、()、()、()

すなわち 1^2 、()²、()²、()² となる。

このような数を という。



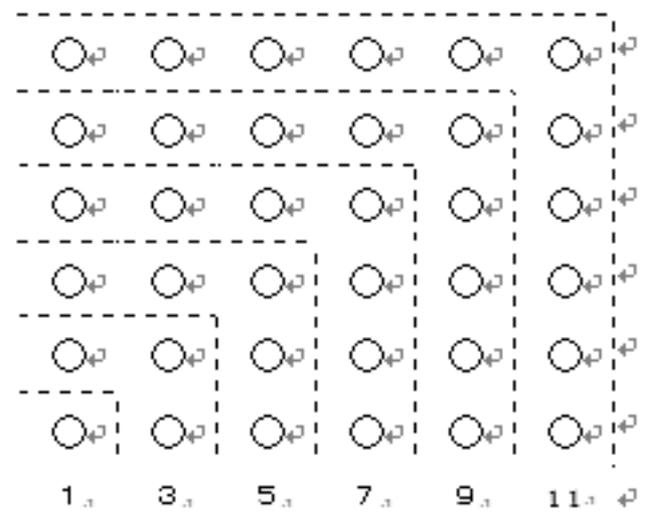
(2) 四角数を順番に10番目までかきなさい。

(3) 1からの奇数の足し算は右図のように正方形を考えると簡単に求まる。以下の計算をしなさい。

① $1+3 = 2^2 = ()$

② $1+3+5+7+9 = ()^2 = ()$

③ $1+3+5+7+9+11+13+15 = ()^2 = ()$

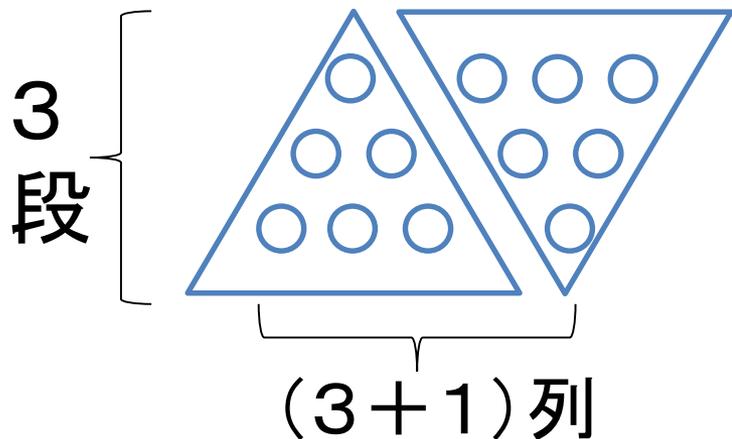


三角数

また、**ピタゴラス学派**は小石を三角形に並べたとき、その数が**1、3、6、...**となり、どのように計算すればよいかを考えた。

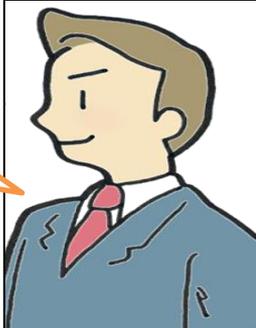
このとき、同様の形状を平行四辺形になるように並べると、計算しやすい事に気付いた。

例えば、3番目の三角数は $(3 + 1) \times 3 \div 2$ で計算できる。



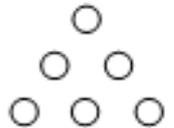
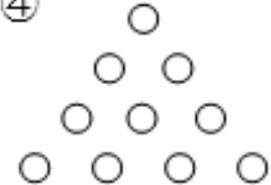
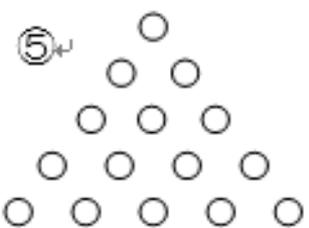
確かに、1つの三角形の中には6この石がありますね!!

三角数の計算は平行四辺形の面積の計算に少し似ていますね。



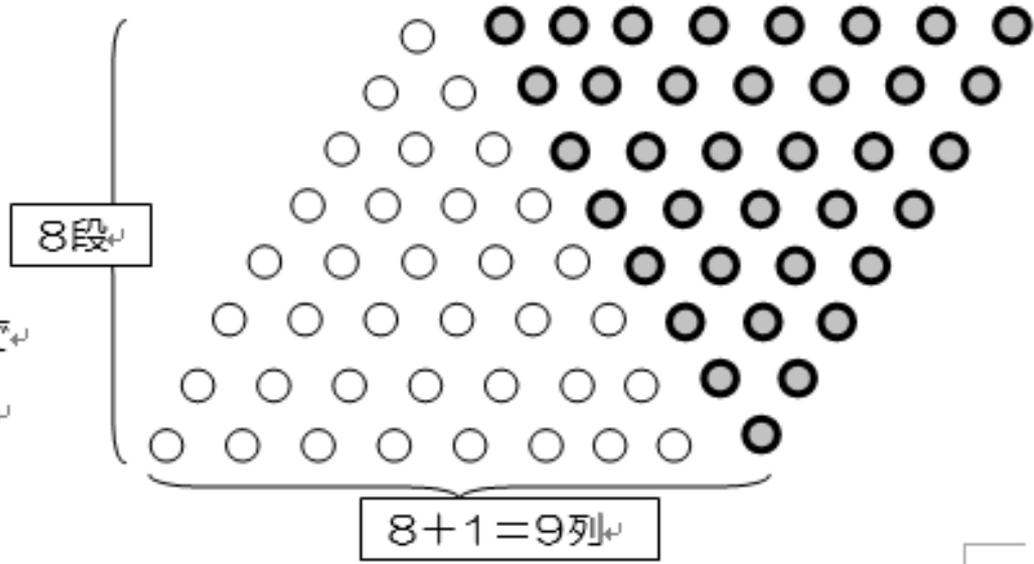
4 三角数 (教P.81)

(1) 下図のように小石を三角形に並べたとき、石の総数はいくらになるか () にかきましょう。

①	②	③	④	⑤
				
① () 個 1	② () 個 1+2	③ () 個 1+2+3	④ () 個 1+2+3+4	⑤ () 個 1+2+3+4+5

(2) このように小石を三角形に並べたときの個数を 学派は、三角数とよんだ。

(3) $1+2+3+\dots+8$ の計算を、
右図を参考に計算しましょう。
8段の三角形の石の個数を求めればよいので
式: () $\times 8 \div 2 =$ () 個



ピタゴラスとは

- ①古代ギリシアの数学者であり哲学者。世界を旅し、多くの知識を習得しようとした
- ②世界を旅したピタゴラスは、そこで修得した知識を活かし、演説をし、イタリア半島で多くの人々から尊敬された。
- ③ピタゴラスは教団を立ち上げ、多くの人々に自分の知識を教えるようになる。
- ④この教団は**秘密主義**であり、違反した教団者は**死刑**にされる。また、「**万物の根源は数である**」という思想を持つ。
⇒すべてのものは数で表すことができると主張していた。
⇒あと、豆を嫌っていた。。。 **豆は地獄へと続く門**とされていた。。。

ピタゴラス教団は様々な定理を発見しています。有名なものは「ピタゴラスの定理(三平方の定理)」ですね。



ピタゴラスとは

⑤ある日、ピタゴラスは、ピタゴラス教団に入っている教団員から「数で表せることが出来ないものが出てきました!!」と報告を受ける。

⇒それは、 $1.41421356\dots$ と、計算しても割り切ることのできない数でした。(これは、 $\sqrt{2}$ のことである)

⑥ピタゴラスは、これまでに教えていたことが間違っていることを受け入れられなかった。そして、その教団員に「**秘密**にしておけ」と命じた。

⑦そして、その弟子を自分の研究への反逆者であるとし、死刑にしてしまう。

三平方の定理によって、すごい定理を発見したにもかかわらず、それが元で自身の研究を否定してしまうことになります。

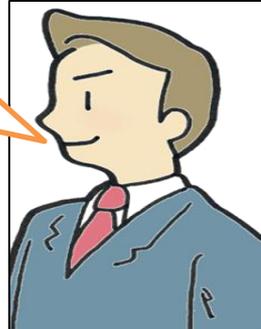


ピタゴラスとは

- ⑧しかし、 $\sqrt{2}$ のことは世間に広まってしまい、ピタゴラスは嘘を教えていたということになり、多くの人々の不信を招いた。
- ⑨そんな人々から、ピタゴラスは殺されかけたため、逃げることを決意した。そして、ピタゴラスの目の前には「豆」があった。後ろには自分を殺そうと追ってくる人々、前には「地獄へと続く門である豆」がある。そこで進路を失ったピタゴラスは、殺されてしまった。。。

(諸説あり!!)

ピタゴラスの生涯を簡単にまとめましたが、全て「伝記」であり、諸説あるということを忘れないでください!!



期待値とは

教科書P42の福引を例に考える。(以下の表も参考に)
福引き**1本あたりの賞金額**を福引きの賞金の**期待値**という。

A商店街

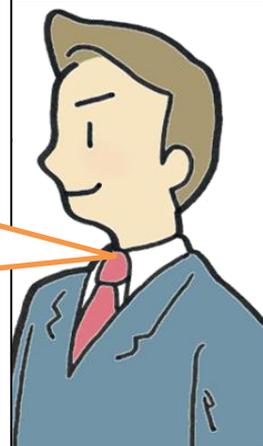
賞金(円)	3000	1000	100
本数	200	200	400

B商店街

賞金(円)	2000	1500	200
本数	250	250	500

AとBでは、どちらが好条件でしょうか。。。。

期待値は「当たったら3000円の方が高い」という考えではない!!「当たったときにどれくらいの値段が帰ってくると期待できるかな」といったイメージ!!



期待値の求め方

期待値は「賞金額の合計」を「クジの本数」で割ります。
つまり「クジ1本あたりの平均賞金額」を求める事で、期待値が求まります。例えば・・・

A商店街

賞金(円)	3000	1000	100
本数	200	200	400

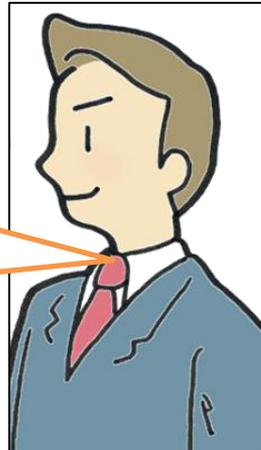
A商店街の福引では

(賞金額の合計) ÷ (クジの本数)

$$= (3000 \times 200 + 1000 \times 200 + 100 \times 400) \div 800$$

$$= 1050$$

計算の結果、A商店街の福引きの期待値は「1050円」となりました。1本引くと、1050円が戻ってくると期待できるわけです。



1 期待値 (教P.42~43)

教科書 P.42 を参考にして、次の [] に当てはまる適切な数や式、言葉などを書き入れなさい。

ある街でA商店街とB商店街が福引きをつくった。2つの商店街それぞれの賞金は次の表のようであった。

A 商店街						B 商店街					
賞金 (円)	10000	5000	1000	0	計	賞金 (円)	30000	10000	2000	0	計
本数	50	150	300	500	1000	本数	10	40	200	750	1000

Q. どちらの福引きを買った方が得なんだろう??

両方の福引きそれぞれについて、1本あたりの賞金額を調べてみよう。

A商店街の賞金総額は

$$10000 \times 50 + 5000 \times \square + \square \times 300 + 0 \times 500 = 1550000 \text{ (円)}$$

だから、1本あたりの平均賞金額は

$$1550000 \div 1000 = \square \text{ (円)} \dots \textcircled{1}$$

また、B商店街の賞金総額は

$$30000 \times \square + 10000 \times 40 + \square \times 200 + 0 \times \square = \square \text{ (円)}$$

だから、1本あたりの平均賞金額は

$$\square \div 1000 = \square \text{ (円)} \dots \textcircled{2}$$

①のほうが②より [] なので、同じ条件で福引きをするのであれば、[] 商店街の福引きのほうが

金額は大きいね♪