桃谷高校　通信制の課程
昼間部　数学B
レポートNo.３　後編

Σの計算（シグマ）

この回のポイント

- Σの使い方を身につけよう
- 数列の和をΣを使って求めよう

等比数列の和

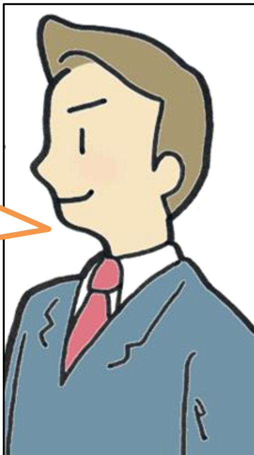
等比数列　１，３，９，２７，８１，２４３ の初項から第6項までの和Sを考えよう

「和」とは,足し算のことである。

Ｓ＝１＋３＋９＋２７＋８１＋２４３

第6項までの和ならば,足し算すればいいが・・・

もし「第５００項」までの和を求めるならば,足し算なんてしてられないです!!



等比数列の和

等比数列　1，3，9，27，81，243 の初項から第6項までの和Sを考えよう

3S＝　　　3＋9＋27＋81＋243＋729

S＝ 1＋3＋9＋27＋81＋243

この上下の式を引き算すると,

2S＝－1＋729

$\boxed{\text{つまり,S＝728÷2＝364}}$

和の公式ができあがりつつあります!!
「3S」を計算しているのは公比が3だからです!!
3Sを用意すると,上下の式で同じ数が出てきて計算しやすいですよね!!

等比数列の和

初項a,公比 r の等比数列の和は

$$S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \qquad (r \neq 1 \text{ のとき})$$

または

$$S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \qquad (r \neq 1 \text{ のとき})$$

また,

$$S = na \qquad (r = 1 \text{ のとき})$$

まずは,公式を使いこなせるようになろう!!
項数が決まっている場合は, nに項数を入れよう!!

数列の和

1範囲の最後や前回に、等差数列の和、等比数列の和を学びました。この数列の和を、∑という記号を使って表すことができます。読み方は「**シグマ**」です。

数列 a_n の初項から第n項までの和は

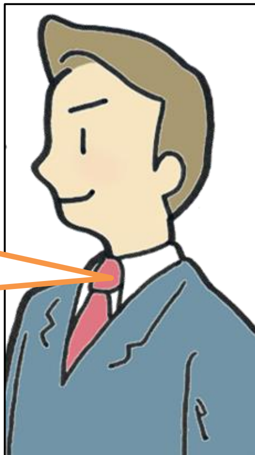
$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ である。これを∑を使って表すと、

$\sum_{k=1}^{n} a_k$ となる。

初項から第n項までの和

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}$$

慣れない記号が出てきていますが、今後はこの∑を使った式が出てきます!!



数列の和

逆に、∑という記号を使わずに表す場合は

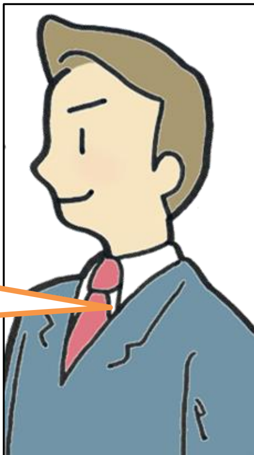
$$\sum_{k=1}^{3} a_k = a_1 + a_2 + a_3$$ となる。

ポイントはシグマの記号の上が「 n 」ではなく「３」となっている。これは、第3項目までの和を表している。記号の下の「 k =1」つまり、初項からであることは当然。計算は、kの部分に1，２，３を入れていく。

初項から第n項までの和

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

様々な∑の計算式を見て、慣れていきましょう!!



数列の和

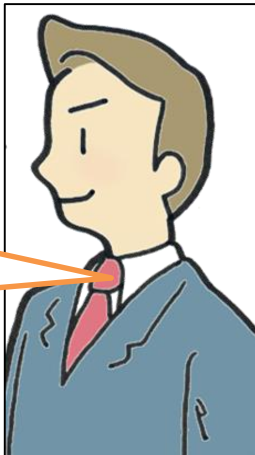
数列 $3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5$ は、$a_n = 3^n$ と一般項が表せられる。
この数列の和は

$$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 = \sum_{k=1}^{5} 3^k$$ となる。

ポイントはシグマの記号の右が,一般項の「3^n」ではなく「3^k」に代わっている。一般的に、∑を用いる場合は、nではなくkを用いて式を表し、kの部分に1，2，3･･･を入れていく。

初項から第n項までの和

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$



様々な∑の計算式を見て、慣れていきましょう!!

∑の計算

これまでのことを踏まえて考えると･･･

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 \cdots + n$$

ということがわかる。

ここで、等差数列の和の公式を思い出すと、

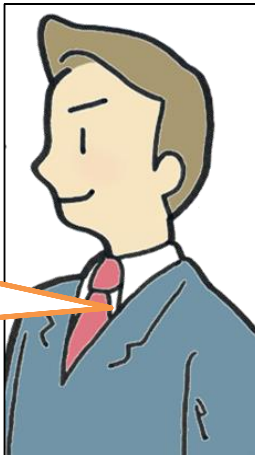
$$1 + 2 + 3 \cdots + n = \frac{1}{2} n(1 + n)$$

でした。つまり･･･

∑の公式

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2} n(1 + n)}$$

様々な∑の計算式を見て、慣れていきましょう!!



∑の計算

さらに1つ・・・

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$ という式も覚えておこう。

注目することは、∑の右の式が、k^2 となっているところ。
先ほどまでは、kでした。

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots k^2 \quad \textbf{のことです}}$$

様々な∑の計算式を見て、慣れていきましょう!!